Byg en solovn

Byggevejledning

Povl-Otto Nissen
Systime

Byg en solovn

Oprindelig sat med Times New Roman 11/13 hos tekst & data, Aabenraa

ISBN 87 616 0042 3
1. udgave (identisk med cd-rom-udgaven fra 1995)

Systimes CD-ROM-temaserie til fysikundervisningen omfatter desuden følgende titler:

Jens Ingwersen:
Termoelementer
- undervisningsmateriale til længerevarende eksperimentelt forløb med undervisningsdifferentiering

Aage Rasmussen:
Energi og menneske
- om fysikken i menneskekroppen

Torben Rosenquist:
Renlighed er en god ting
- om fysikken i badeværelset

Torben Svendsen:
Måling og styring

Forlaget Systime A/S
Skt. Pauls Gade 25
8000 Århus
Tlf: 86 18 14 00
Fax: 86 18 14 05
Web: http://www.systime.dk
e-mail: systime@systime.dk

Medlem af:
EEPG

Indholdsfortegnelse

Forord - mest til læreren

Inspirationen til dette temahefte om solovnen er kommet mange steder fra, og det er blevet udviklet over en årrække. Gennembruddet kom, da jeg fandt et legetøjseksperimentsæt over emnet med en indholdsrig og god manual (se litt.henv.). Selve sættet var imidlertid noget småt og uholdbart i længden til undervisningsformål.

Den første solovn i stor størrelse, godt en meter i diameter, blev lavet af et HF-hold i en emneuge i 1984. Den var lavet af spånpladeprofiler, masonit, pålimede spejlstumper og var ret tung. Den har siden været på Miljø-89 udstilling og på FDF-lejr.

Nærværende letvægtsmodel af genbrugspap og alufolie blev udviklet gennem en sommerferies hyggeeksperimenter. Papmodellen kan laves på ca. 3 timer - andre modeller tager længere tid.

Aktiviteten og de håndskrevne noter har så siden været brugt flere gange på seminariets natur/teknik kurser og som eksperimentelt forløb på HF.

Måske vil en aktivitet som denne også lige være sagen i det nye teknikfag. Aktiviteten fremtræder som en passende blanding af manuelt arbejde, elementær måleteknik og teori. Afhængigt af skoleform, klassetrin og ambitioner (pensumkrav) kan de nævnte aspekter gives forskellig vægt.

Man kan vælge at vægte det manuelle og det kvantitative og nøjes med at varme ting op.

Man kan bruge den som udgangspunkt for optikken.

Man kan vægte det energimæssige, kalorimetriske målinger og efterbehandlingen.

Desuden er parablen/parabolen jo matematisk set et ganske interessant fænomen. Der er tale om et godt emne til den analytiske geometri, der åbner mulighed for samarbejde mellem fysik og matematik.

Ved anvendelse i læreruddannelsen vil det være naturligt at knytte didaktiske og metodiske overvejelser på, f.eks. hvad angår betydningen af koblingen mellem det manuelle og det teoretiske.

Solovnens plads i emner omkring energiforsyningen og parabolens i emner omkring kommunikationsteknologi har også samfundsfaglige aspekter.

Det må være op til den enkelte lærer at strukturere aktiviteten og lægge vægten efter formålet.

Den langt overvejende del af forløbet foregår i laboratoriet. Målingerne foregår dog udendørs. For overskuelighedens skyld er afsnit, der beskriver egentlige fysiske eksperimenter, markeret med en lysegrå streg på venstre side.

Hermed overlades ideen til alle, som har lyst til at eksperimentere og afprøve nye muligheder.

Povl-Otto Nissen
Ribe Statsseminarium og HF.

Anvendelse af Solens energi

Der er mange gode grunde til at forske i udnyttelse af Solens energi. For det første er Solen den primære kilde for tilførslen af den energi, som vedligeholder de naturlige fysiske, kemiske og biologiske processer på Jorden. Der er naturligvis mange betingelser, som skal være opfyldt. For eksempel skal der være grundstoffer og mineraler tilstede i passende mængde samt et passende balanceret temperaturniveau. Man kan vel sige, at solenergien er "vedligeholder" af livsprocesserne, hvordan de så end er startet.

At forske i den proces - fusionen -, som i Solen frigør energien i form af stråling, er en kæmpeopgave i sig selv. Den vil vi lade ligge i denne omgang. I stedet vil vi koncentrere os om solenergiens virkning og anvendelsesmuligheder, når den med en fart af 300.000 km/s ankommer til Jorden, ca. 150 mill. km fra oprindelsesstedet.

På jordoverfladen har naturen sin egen teknik. Dels sætter solstrålingen gang i de klimatiske processer, og dels fremmer solstrålingen plantevæksten.

Man kan godt opfatte planternes blade som små solfangere, hvor grønkornene - klorofylet - er katalysatorer for en proces, hvor vand (H_2O) og kuldioxid (CO_2) ved hjælp af solenergien bliver til kulhydrat og den for os så nødvendige ilt (oxygen O_2).

$$6\ CO_2 + 6\ H_20 + \text{lysenergi} \rightarrow C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2$$

Visse planters evne til yderligere at binde kvælstof (nitrogen N_2) giver i det videre forløb proteiner, som også er nødvendige for dyrelivets processer. Disse processer kan mennesket ikke efterligne i større stil. Det er heller ikke nødvendigt. Vi kan imidlertid godt understøtte naturens egen villighed med kunstgødning og kunstvanding. Men vi skal i lige så høj grad passe på, at vi ikke kommer til at ødelægge de naturlige betingelser eller forrykke balancen med vore aktiviteter.

Menneskets energihunger i forbindelse med den "teknologiske udvikling" mod "højere levestandard" har medført afbrænding af en lang række fossile brændstoffer, som kul og olie. Det ville måske ikke engang være så alvorligt, hvis ikke der i forbindelse med den industrielle produktion udledtes en hel del miljøgifte, som hæmmer den naturlige vækst eller ophobes i fødekæden.

I dette hæfte vil vi se på nogle miljøvenlige måder at udnytte Solens energi på. Der er stort set tre typer af solenergiomsættere.

1. Én type er den flade solfanger, som efterhånden ses på mange hustage. Den består i princippet af en sortmalet metalplade i tæt forbindelse med et rørsystem med væske, f.eks. vand. Vandet bliver varmet op, mens det antager samme temperatur som pladen. Det kan så enten tappes direkte som varmt brugsvand eller lagres til husopvarmning. Varmen flytter rundt med vandet, når det strømmer.

   Et anlæg kan være indrettet, så vandet er selvcirkulerende, men ofte er det cirkuleret med en pumpe.

   Princippet er baseret på det naturfænomen, at der opstår varme der, hvor lyset stoppes. Det hvide lys ændrer bølgelængden, så strålingen bliver til mørk (infrarød) varmestråling. Varmemængden svarer præcis til lysets energiindhold, hvis refleksionen kan forhindres.

2. En anden type er solovnen, som fra et større areal koncentrerer sollyset i et centralt punkt, kaldet brændpunktet. I dette punkt anbringes så den genstand eller den væske, der skal opvarmes. I brændpunktet er princippet det samme som ovenfor. Det gælder om, at lyset stoppes og omdannes til varme.

   Men forinden skal lyset reflekteres så godt som muligt i solovnens flade uden at blive omdannet til varme. Ovnen skal have form som en parabol. Det er der en hel del matematik i, som vi vil vende tilbage til.

   Det drejer sig faktisk om en gammelkendt teknologi. Allerede Newton brugte parabolen i sin opfindelse af spejlteleskopet, og rundt omkring på mange huse sidder nu parabolantenner, der ikke er beregnet til at koncentrere lys, men elektromagnetiske felter. Parabolen anvendes jo også i billygter. Blot går lyset i det tilfælde den modsatte vej, så der sker en spredning ud på vejen fra den elektriske lampe, som er anbragt omtrent i parabolens brændpunkt. Matematikken og refleksionen er i alle tre tilfælde den samme.

3. En tredie type er solceller. Udviklingen af halvleder-elektronikken (transistorer, integrerede kredse o. lign.) har også gjort det muligt at fremstille solceller, der er i stand til at omsætte sollyset direkte til elektricitet. Der skal mange celler til, før man har en energimængde svarende til, hvad der er til rådighed i stikkontakten.

   Men fremstillingsteknologien har udviklet sig, således at solceller absolut er konkurrencedygtige som mobile anlæg eller hvor afstandene gør det for dyrt at trække ledninger.

Disse tre typer af solenergi-omsættere kan hver for sig eller i forening gøres til genstand for eksperimenteren og bearbejdning i skolen, f.eks. i længere eksperimentelle forløb i gymnasiet, på HF eller på seminarierne.

I det følgende findes et forslag til eksperimenter med en primitiv solovn, altså type 2. Man bygger den selv af billige materialer.

Selve den manuelle fremstilling og en del af målingerne vil også kunne udføres af elever i folkeskolen, mens den teoretiske bearbejdning kræver noget mere.

Ved at gennemføre målinger af energiomsætningen i solovnen kan man beregne nyttevirkningen ved at sammenligne den modtagne/omsatte effekt baseret på grafisk fremstilling af målingerne med den indstrålede effekt. I sammenhæng med dette lærer man noget om varme, varmekapacitet og kalorimetri. Til måling af den indstrålede effekt anvendes en solcelle.

Som særlig udfordring er der endvidere et afsnit om matematikken bag parabolens anvendelighed til koncentration af lyset i et punkt. Parablen, som er et plant snit på langs gennem top/bundpunktet og brændpunktet af parabolen, kan beskrives ved hjælp af en andengradsligning. Parablen kan også beskrives som "det geometriske sted" for *de punkter, der ligger lige langt fra en ret linie og et fast punkt uden for linien.* Vi kigger på sammenhængen mellem de to beskrivelser. Dette afsnit er ikke en forudsætning for at kunne gøre alt det andet.

Nu til arbejdet! Man kan for eksempel lægge arbejdet til rette på følgende måde:

Arbejdsplan for et eksperimentelt forløb

Projekt SOLOVN

1. Fremstilling af solovnen. Se byggevejledning.
2. Beregn solovnens åbnings areal.
3. Lav et stativ til ophængning af vandpose i brændpunktet.
4. Afmål en bestemt mængde vand, f.eks. 1/4 liter (250 g) i posen.
   Sæt også et termometer i og anbring posen i solovnens brændpunkt.
5. Mål starttemperaturen. Mål temperaturen igen hvert minut i mindst en ½ time.
6. Tegn en graf over temperaturudviklingen.
7. Bestem den opsamlede energi i joule.
   Se beregningsmetoden i afsnittet "Måling med solovnen".
   Udregn effekten i watt. Nøjagtigst ved hældningsbestemmelse på grafen.
8. Den indstrålede effekt måles fotoelektrisk med et såkaldt pyranometer og beregnes i forhold til solovnens åbningsareal.
9. Beregn solovnens nyttevirkning som forholdet mellem den opsamlede effekt og den indstrålede effekt.
10. Når vi på den måde har lært solovnen at kende, kan vi bestemme, hvad vi vil bruge den til: Bestemte opvarmningsformål, yderligere udforskning og måling, nye udformninger, og udbygning med tekniske raffinementer.
11. Man kan yderligere bruge de konkrete fysiske eksperimenter som udgangspunkt for en teoretisk matematisk bearbejdning af parablen.

Materialer og værktøj:

- Pap fra gamle papkasser.
- Alu-folie med papirbagside. Det kan købes i ruller som "dampspærre" i byggemarkedet eller som "frokostfolie" i supermarkedet.
- Blyant, lineal, saks, hobbykniv og hvid hobbylim.
- Lommeregner.
- Evt. skæreunderlag.

Byggevejledning

Fremstilling af en parabol

1. Man laver en skabelon ved først at plotte en parabel på tegnepapir eller direkte på pappet. Der er to anvendelige metoder:

   Metode I: Koordinatsystem og kvadratrodsformel.
   Metode II: Det geometriske steds metode.
   Se de følgende sider.

2. Når parablen er plottet og tegnet op med let hånd klippes den ud og overføres til det nødvendige antal papstykker. Det er hensigtsmæssigt med 8 sektioner 360 grader rundt. De laves således:

3. Parabelprofilerne udskæres med enhobbykniv. To som helprofiler, resten som halvprofiler. Se fotografierne de følgende sider.

4. De to helprofiler slidses halvt igenem på midten. Den ene fra oven - den buede kant, og den anden fra neden - den lige kant. De falses ind i hinanden, så de danner et kors.

5. Profilkorset limes på bagpladen. Man kan godt lime med hvid hobbylim på kanten af pappet. De fire halvprofiler limes op i hjørnerne på korset. Lad limen tørre lidt. Læg eventuelt en skoletaske op i parabolskålen, så profilerne presses mod bagpladen under tørringen.

Fremstilling af skabelon med parabelprofil

Metode I, funktionsmetoden

Det kan gøres ved hjælp af en regneforskrift, en lommeregner og et koordinatsystem. En velegnet forskrift er

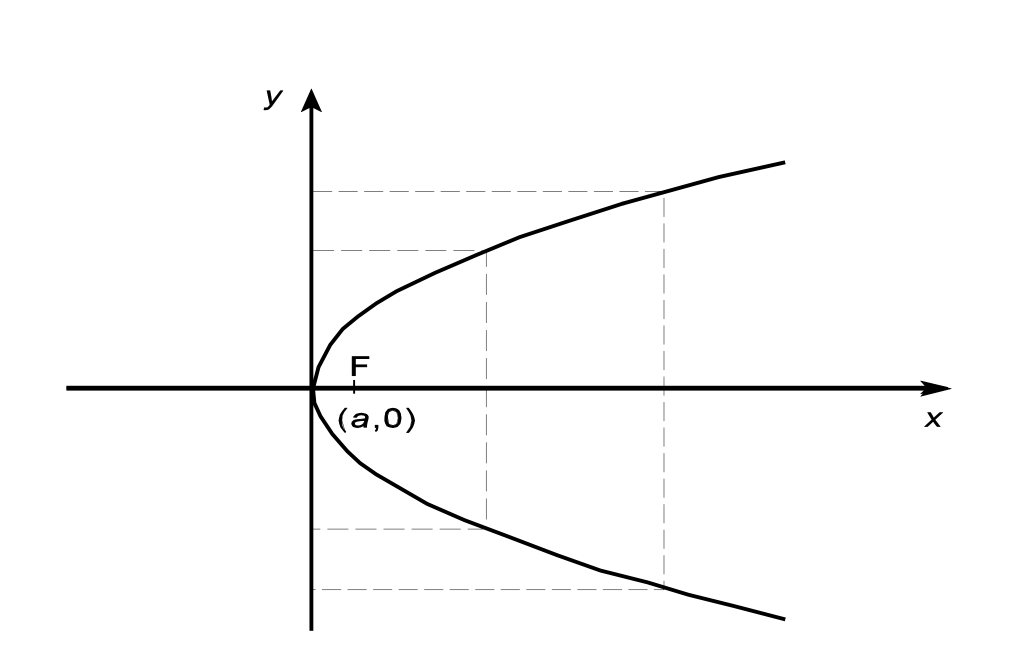
$$y^2 = 4 \cdot a \cdot x \text{ eller } y = \pm\sqrt{4 \cdot a \cdot x}$$

hvor a er den valgte *brændvidde.* Brændvidden er afstanden fra bunden af parabelskålen op til brændpunktet, hvor Solens stråler samles. Vælges f.eks. brændvidden til 9 cm fås

$$y = \pm\sqrt{4 \cdot 9 \cdot x}\text{, dvs. } y = \pm\sqrt{36x} = \pm 6 \cdot \sqrt{x}$$

Man kan så indsætte forskellige værdier af x og udregne y. Det kan nemt gøres på en almindelig lommeregner, men man kan jo også bruge et regneark.

Værdierne plottes i et koordinatsystem, og man tegner med “let hånd” gennem punkterne. Husk at både den positive og den negative y-værdi skal plottes. Hvis man kun plotter den ene, kan man naturligvis få den anden ved at spejle i x-aksen.



Figur 1: De punkterede linier forbinder punkter med samme værdi af y.

Parablen bliver mere “åben” ved valg af større brændvidde a. Anbefalet værdi for a er fra 9 til 20 cm.

Advarsel: Brændvidden bør nok ikke vælges så stor, at man af bar nysgerrighed kan få hoved og øjne ind i brændpunktet.

Metode II, det geometriske steds metode

Den bygger på, at punkter på parabellinien har lige stor afstand til et punkt og en linie.

1. Man starter med at tegne en linie (ledelinien) og et punkt F ved siden af linien. Bogstavet F bruges som betegnelse for brændpunktet, Focus. Afstanden mellem punktet og linien skal være dobbelt så stor som den ønskede brændvidde.

   Det kan være en fordel også her at bruge et koordinatsystem, men det er ikke nødvendigt.

   I givet fald kan ledelinien tegnes parallelt med y-aksen gennem ($-a$,0) og brændpunktet F i (a,0), hvor a er den ønskede brændvidde.

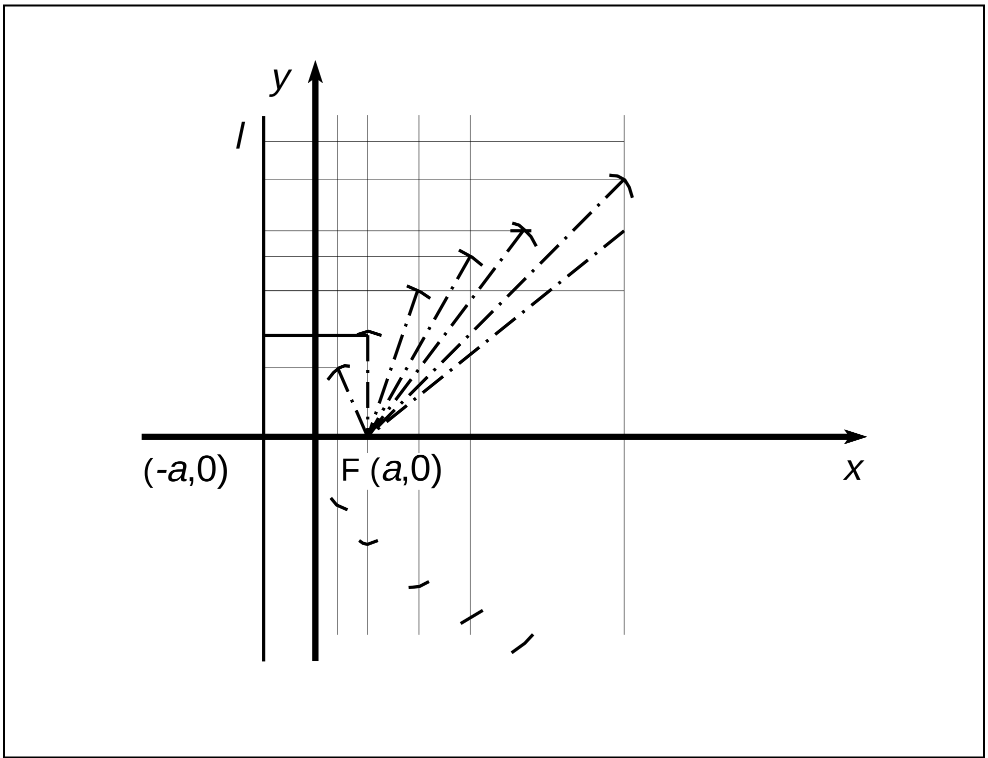
2. Man tegner en række hjælpelinier parallelt med ledelinien.

3. Disse hjælpeliniers afstand (vinkelret) til ledelinien bruges som radier for cirkelbuer med centrum i F. Som passer bruges en blyant i snor.
   Husk, at der er to skæringspunkter på hver linie i tilfælde, hvor radius (afstanden) er større end a. Hvis den er lig med a, er der kun ét fælles punkt, og linien må være y-aksen, dvs. tangent til parablens top/bundpunkt. Er radius mindre end a, er tilfældet uinteressant.

4. Hvor cirkelbuerne skærer de respektive hjælpelinier findes en række punkter, som får samme afstand til ledelinien og til punktet F. Ved tegning med let hånd hen gennem disse skæringspunkter fås en parabel.

   En matematisk begrundelse for, at det forholder sig sådan, findes i et særskilt afsnit.

5. Parablen klippes ud, så den kan bruges som skabelon til fremstilling af det nødvendige antal papprofiler. Se på de følgende tegninger. Man skal ikke klippe i ledelinien, men sørge for god plads langs med ledelinien modsat brændpunktet.



Figur 4: Sådan finder man de punkter, der ligger lige langt fra l og F.

Solovnen samles

Ved at følge de anskuelige fotografier trin for trin skulle det være muligt at samle skelettet til solovnen.

Figur 3: Fotografierne viser, hvorledes solovnen samles gradvist.

Beklædning af solovnen

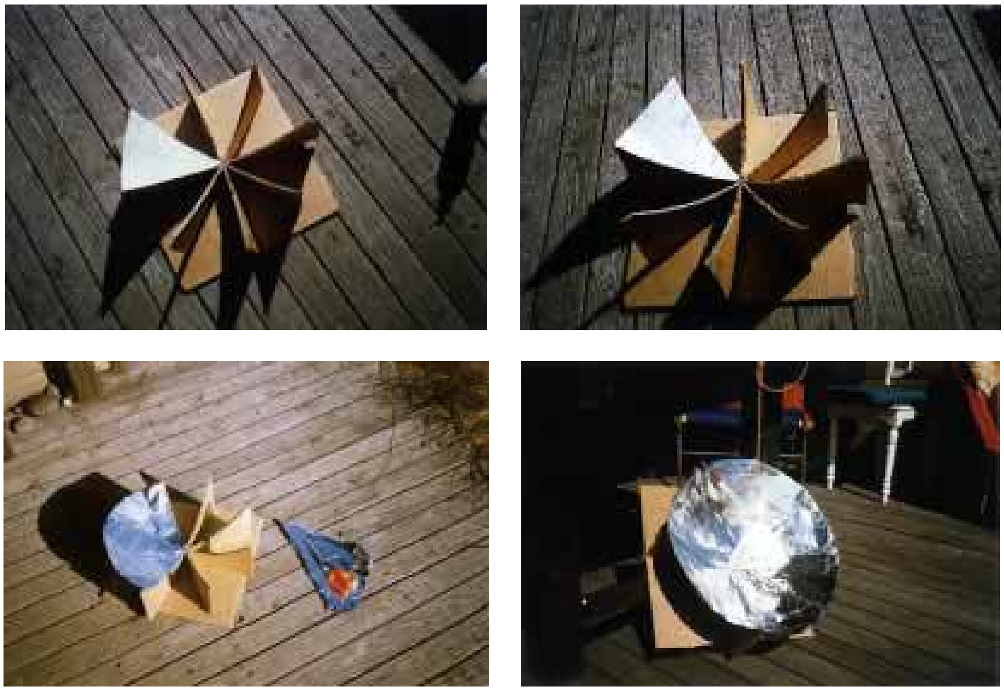
1. Beklædningen med aluminiumsfolien sker bedst sektionsvist. Vinklen i sektionsspidsen mod parabolens bund afhænger af antal sektioner. 8 sektioner giver 360 grader : 8 = 45 grader.

   Det nemmeste er at tegne en cirkel på bagsiden af alu-folien, så arealet lidt rigeligt svarer til parabolskålens krumme flade.

   Inddel cirklen - de 360 grader - i det valgte antal sektioner, og skær dem ud, så vinkel og antal passer sammen.

2. Pålimningen foregår med "let hånd". Man "føler" sig frem til den rigtige runding. Beklædningen skal ikke være stram som en paraply, men skålformet. På grund af krumningen vil alu-sektionerne overlappe yderst på profilerne. Det er kun en fordel, når man skal lime.

   Pas på ikke at få lim på de blanke flader.



Figur 4: Fotografierne viser, hvorledes man foretager beklædning af solovnen.

Afprøvning af solovnen

Advarsel

Aluminiumsfolien er ganske vist så tilpas mat og ujævn, at vi ikke når temperaturer, der kan tænde ild. Men man kan blive blændet. Man bør derfor bære solbriller og helst opholde sig bag solovnen under betjeningen.

Den første afprøvning foregår nemmest ved, at man går ud i klart solskin og anbringer solovnen med åbningen mod Solen. Stikkes hånden ind i brændpunktsområdet, kan man mærke varmen.

Målinger
Mere nøjagtige målinger foregår bedst ved at ophænge en frysepose med en kendt vandmængde og et termometer i solovnens brændpunkt.

Notér temperatur og tid med jævne mellemrum.

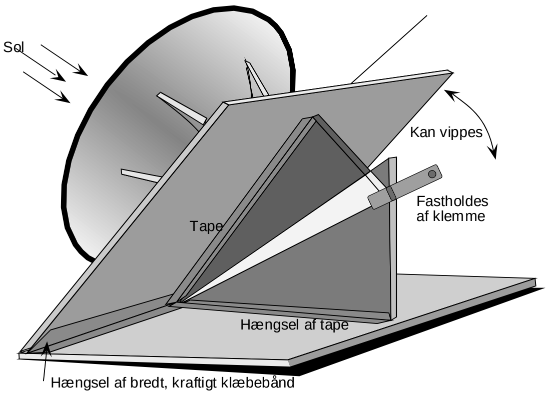
Plot målingerne i et koordinatsystem, så man kan aflæse, hvor lang tid det varer at op-varme en bestemt vandmængde til en bestemt temperatur.

Hvis man vil udregne effekten og nyttevirkningen, må man huske, at varmetabet er størst ved de højeste temperaturer. Mere om det senere.

Indstilling efter solhøjde

Solovnens bund hængsles langs den ene kant på en bundplade af tilsvarende størrelse med kraftigt selvklæbende tape.

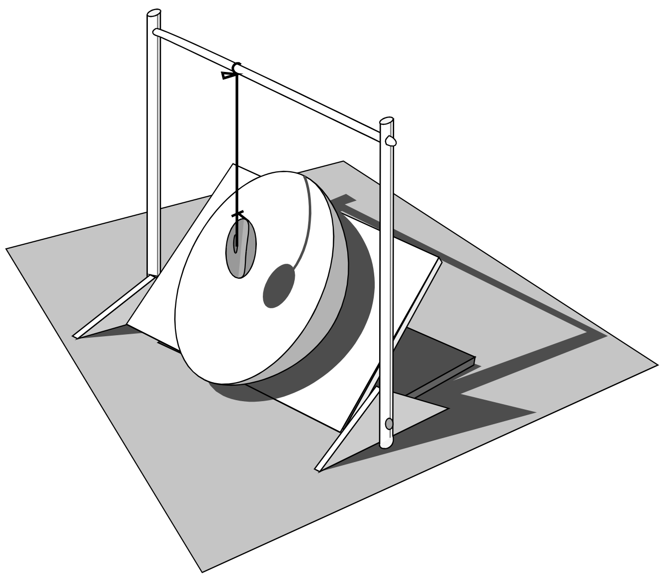
Til at holde solovnen i en bestemt vinkel bruges to trekantede papstykker, som hængsles med tape på henholdsvis den vandrette bundplade og solovnens bund, der nu kan stilles skråt. De to trekanters spidse vinkel skal have en størrelse, så de i forening dækker vinklen mellem største og mindste solhøjde. En bestemt indstilling kan fasthol-des med en tøjklemme.



Figur 5: Hængsling og højderegulering af solovnen.

Der er også brug for at opfinde et stativ til ophæng for det (vand?), man ønsker opvar-met. Man kan ikke sidde og holde posen under opvarmningen. Det varer typisk 2-3 kvarter.

Stativet kan naturligvis laves af fysiklokalets stativer og muffer, men det kan jo også laves af sammenbundne bambuspinde.



Figur 6: Stativ og ophæng.

Målinger med solovnen

Forberedelse

Når solovnen er færdig og stillet ud med åbningen mod Solen, kan man allerede med hånden anbragt i området ved brændpunktet mærke, at der dannes varme. Hvis man skal arbejde med solovnen i længere tid, er det en god idé at tage solbriller på og helst opholde sig bag den. I det tidsrum, hvor lyset ikke stoppes i brændpunktsområdet, fortsætter det ud igen, og så er det - til en vis grad - som at kigge ind i Solen.

For at finde ud af, hvor meget energi, der modtages i et bestemt tidsrum, skal vi bruge en afmålt stofmængde og et termometer samt et ur. Desuden foretages en fotoelektrisk måling af solindstrålingen med en lysmåler, f.eks. et *pyranometer,* der er en solcelle, der omsætter en del af lysets energi direkte til elektricitet.

Stofmængden kan for eksempel være en kvart liter vand, 250 gram, i en plastpose. Termometeret sættes i vandet, og det hele hænges op i det fremstillede stativ, så pose med indhold placeres i brændpunktsområdet.

Målingerne kan godt udføres i en gennemsigtig plastpose, men der kan være en vis idé i at bruge en sort eller uigennemsigtig pose. Overvej selv hvorfor.

Det kan også være en god idé til sammenligning at have en tilsvarende pose med vand og termometer liggende i Solen ved siden af solovnen og måske yderligere een et sted i skyggen.

Udførelse

Vi måler begyndelsestemperaturen og fortsætter med at aflæse temperaturen hvert minut i et tidsrum på 30-45 minutter.

Ligeledes aflæser vi hvert minut strålingsintensiten på et pyranometer, f.eks. et Silkeborg-pyranometer, som er en solcelle i en strømkreds, der kan tilsluttes et følsomt voltmeter.

Ved hjælp af spændingen og specifikationerne for apparatet kan vi let udregne solstrålingsintensiteten I målt i watt pr. kvadratmeter. (Se videre i afsnittet om efterbehandling af målingerne).

For en solcelle gælder, at den frembragte spænding er en materialeegenskab (for silicium ca. 0,5 volt), mens strømstyrken afhænger af arealet og strålingen. Man kan så i princippet enten måle på kortslutningstrømmen eller på spændingsfaldet over en parallelkoblet målemodstand.

I måletiden flytter Solen sig noget. Hvis man synes, kan man jo rette lidt på opstillingerne, men det betyder næppe ret meget i den relativt korte tid.
Det kunne imidlertid være en sjov opgave for elektronikinteresserede at konstruere et apparat, der kan få solovnen og pyranometeret til automatisk at følge Solens gang.

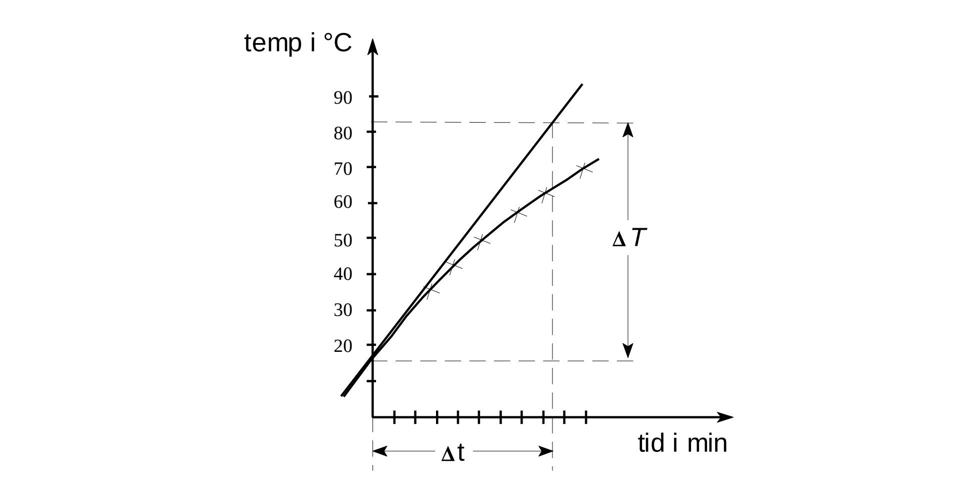
Efterbehandling

Målingerne afbildes i et koordinatsystem med vandret tidsakse. Med temperaturen på 2.-aksen vil grafen formentlig krumme svagt over mod vandret.
I hvert fald vil grafen blive vandret, når vandet koger ved ca. 100 °C. Krumningen skyldes, at der trods jævn energitilførsel opstår øget varmetab til omgivelserne på grund af den tiltagende temperaturforskel til omgivelserne.

Dette gør, at vi må bruge et særligt trick for at bestemme solovnens maximale effekt, bruttoeffekten. Effekten er energiomsætningen pr. tidsrum. Den angiver altså, hvor hurtigt lysenergien bliver omsat til varme. Enheden for effekt er watt = joule pr. sekund.

Vi må først bestemme, hvor meget energi posen med vand modtager fra solovnen.

Trick´et består i at lægge en tangent til den lidt krumme temperatur-graf tæt ved begyndelsestemperatur/tidspunktet. Tangenthældningen angiver den temperaturstigning, der ville have været pr. minut, hvis der ikke havde været varmetab.



Figur 7: Temperaturkurven plottes bedst på mm-papir.

Når vi benytter temperaturstigningen til at beregne varmeenergien, må vi naturligvis tage hensyn til størrelsen af den opvarmede stofmængde og det pågældende stofs evne til at optage varme.

Den specifikke varmekapacitet.

Den angives som den varmemængde, der skal til for at opvarme 1 gram af stoffet 1 grad celsius (eller kelvin). I gamle dage kaldte man den energimængde, der skal til at opvarme 1 g vand 1 grad, for en *kalorie* (1 cal).

I en databog kan man finde forskellige stoffers specifikke varmekapacitet. Man anvender ofte symbolet c for specifik varmekapacitet, og måleenheden er J/(g·grad).

For vands vedkommende er c = 4,19 J/(gram·grad). Der gælder altså 1 cal = 4,19 J.

Varmekapacitet for stofmængder og sammensatte systemer.

På basis af de specifikke varmekapaciteter er det muligt at beregne *varmekapaciteten* for en given stofmængde ved at multiplicere med massen. Enheden bliver da J/grad, og som symbol anvendes C.

Man kan endda udregne den samlede varmekapacitet C for et system sammensat af forskellige stoffer og mængder ved at regne ud for de enkelte og lægge sammen.

Vort system, som opvarmes i solovnen, består f.eks. af en vandmængde, en plastpose og et termometer. I princippet skulle disse ting vejes hver for sig, masserne multipliceres med de respektive varmekapaciteter og det hele lægges sammen til C for systemet.

Overvej selv størrelsen af bidrag fra posen og temometeret, når de respektive masser og varmekapaciteter tages i betragtning.

Varmeenergien

Beregning af varmeenergien sker ved hjælp af kalorimeterligningen

$$\Delta E = m \cdot 4{,}19\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{g} \cdot \mathrm{grad}} \cdot \Delta T,$$

$$\text{hvor } \Delta T = T_{\mathrm{slut}} - T_{\mathrm{begynd}}$$

m er massen af vandet. ΔT står for temperaturstigningen, som kan aflæses på y-aksen.

Effekten

Effekten P beregnes som energitilvæksten divideret med tidsrummet Δt , altså

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t}, \text{ hvor } \ \Delta t = t_{\mathrm{slut}} - t_{\mathrm{begynd}}$$

Δt er tidsrummet for energiomsætningen, som kan aflæses på x-aksen. Vi kan nu sammenligne denne opsamlede effekt med den indstrålede effekt, som solovnen faktisk modtager på solovnsåbningens areal. Den fås ved at multiplicere arealet med den på pyranometreret målte strålingsintensitet I, som er den indstrålede effekt pr. kvadratmeter.

Solarkonstanten er 1353 watt pr. kvadratmeter. Det er den effekt, der modtages på en kvadratmeter uden for Jordens atmosfære. Ved jordoverfladen skal man imidlertid ikke regne med mere end ca. 900 watt pr. kvadratmeter i klart solskin. Det skyldes, at atmosfæren absorberer en del af lysenergien.

Den indstrålede effekt

Den tekniske specifikation er individuel for hver enkelt pyranometercelle. Der kan f.eks. være oplyst, at det tilsluttede voltmeter viser 137 millivolt, hvis indstrålingen er 1000 W pr. kvadratmeter. Vi kan så bestemme den indstrålede effekt, når vi har beregnet arealet af solovnens åbning.

Et eksempel: Det nævnte pyranometer viser i hele måleperioden 108 millivolt. Strålingsintensiteten er derfor i dette tilfælde

$$I_{\mathrm{ind}} = 1000\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} \cdot \frac{108}{137} = 788{,}3\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

Vi kan så bestemme den indstrålede effekt, når vi multiplicerer intensiteten med arealet af solovnens åbning.

$$P_{\mathrm{ind}} = A \cdot I = \pi \cdot r^2 \cdot I$$

Nyttevirkningen

Nyttevirkningen η angiver forholdet mellem den målte effekt, som vandet rent faktisk optager, og den effekt, som solovnen modtager på sit areal.

$$\boxed{\eta = \frac{P_{\mathrm{målt}}}{P_{\mathrm{ind}}}}$$

Beregninger i regneark
Man kan på basis af ovenstående formler indrette et regneark, som vil øge overskueligheden og som vil lette gentagne beregninger.

	A	B	C	D	E	F
1	Masse	Specifik varmekap.	Begynd. temperatur	Sluttemperatur	Temp.stigning	Energitilvækst
2	m i g	c i J/(g·grad)	T_{begynd} i °C	T_{slut} i °C	ΔT i °C	ΔE i J
3	(250)	4,19	(17)	(72)	=D3-C3	=A3·B3·E3
4						
5			Starttid	Sluttid	Tidsrum	Effekt
6			t i s	t i s	Δt i s	P i W
7			(30)	(510)	=D7-C7	=F3/E7
8						
9	**Pyrano-meter**	Apparatspecifikation		Aflæsning	Strålings-intensitet	
10		I i $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	mV	mV	I i $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	
11		1000	137	(108)	=-B11·D11/C11	
12						
13	**Solovn**	Diameter	Radius	Areal	Indstr. effekt	Nyttevirkn.
14	π	m	m	m²	W	
15	3,14	(1,20)	=B15/2	=A15·C15^2	=E11·D15	=F7/E15

Hvis dette én gang for alle er sat op i et regneark, kan man i løbet af et øjeblik se det nye resultat med andre målinger. Tallene i parentes er forskellige fra gang til gang.

Diskussion af resultaterne

Foruden af solovnens areal, afhænger nyttevirkningen stærkt af, hvor pæn og glat, man har lavet solovnens spejlende flade. Det kan godt betale sig at være omhyggelig med runding af folien og ikke klatte den fuld af lim.

Det bemærkes, at nyttevirkningen også afhænger af den øjeblikkelige arbejdstemperatur på grund af tabet ved højere temperaturer. I figur 7 er vist, hvordan man kan beregne den tæt ved starttemperaturen, men der er selvfølgelig intet i vejen for, at man kan bestemme den ved en anden temperatur på basis af den tilsvarende tangenthældning.

Det er klart, at ovnen ikke kan blive supergod med alufolie, som i bedste fald stadig er ujævn og bulet. Den energi, som den leverer, er af relativ "lav kvalitet", men det er med vilje. I denne udgave kan den ikke tænde ild eller blænde for voldsomt.

Solovnsprincippet er imidlertid godt nok til at kunne levere energi af meget høj kvalitet, dvs store mængder i koncentreret form. Det er et spørgsmål om, hvor meget man vil ofre på den spejlende flade og hvor stor man vil gøre den. Men en parabol af astronomisk kvalitet vil nok være en for voldsom økonomisk investering.

Forslag til alternative byggemetoder

1. Parabelprofilerne kan saves ud i krydsfiner eller spånplade efter samme princip som papmodellen. I stedet for alufolie kan sektionerne dækkes med masonitplader, som limes og sømmes på profilkanterne. Pladerne belægges med en mosaik af brudstykker af rigtigt spejlglas, som limes på. Stumperne kan sikkert fås billigt som affald hos en glarmester.

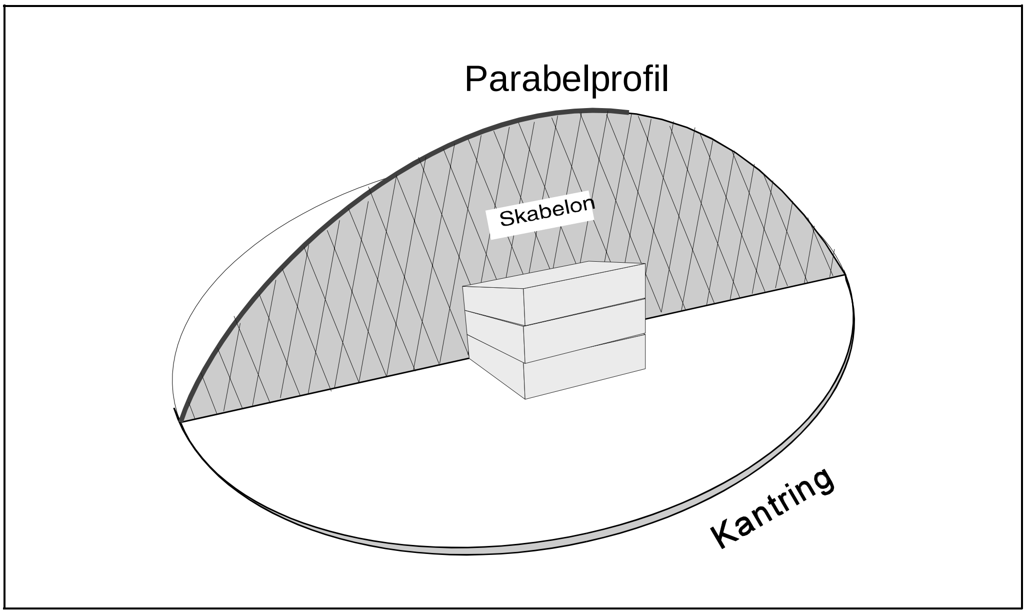
2. Solovn af hønsenet og gamle aviser.
Det bedste er at bruge ikke for brede baner af fintmasket hønsenet, kaldet kyllingenet, endvidere en stak gamle aviser, tapetklister og alufolie.

a. Man starter med at vælge et åbningsareal. Her ud fra bestemmes åbningens radius ved hjælp af arealformlen. Derefter udregnes omkredsen af den kantring, som kyllingenettet skal fæstnes på. Denne ring kan laves af kraftigt tov eller galvaniseret hegnstråd. Udmål længden plus 20 cm til overlap og snøring.

b. Derefter vælger man brændvidde *a*, og der fremstilles en en skabelon med parabelprofil af stift pap eller hård masonit. Anvend én af forannævnte metoder.

c. Når skabelonen er fremstillet, kan man i praksis let finde længden af den krumme kant (det kunne også være en matematisk udfordring at regne den ud). Dette er samtidigt længden af kyllingenetbanerne, men afmål dem ca. 15 cm længere til fastgørelse ved ombukning. Antallet af baner må afhænge af bredden, men brug mindst 6 baner. Se nedenfor.

d. Anbring parabelprofilen på kant med den krumme side opad - evt. støttet af skruetvinger eller et par stabler gamle bøger. Kantringen lægges på gulvet uden om. Tegn evt. kantcirklen med kridt på gulvet, så faconen kan holdes.



Figur 8: Sådan placeres skabelonen.

e. Første kyllingenetbane lægges over parabelprofilen, føres under kantringen i enderne og bukkes om. Vær omhyggelig med at forme netenderne, så kantringens cirkelform holdes. Kyllingenetbanernes langsgående kanter forkortes ved at man “krøller” dem, og man kan derved tilnærme en parabelform “på tværs”.

f. Parabelprofilen vendes nu på tværs af første bane, og bane nr. 2 lægges på, fæstnes og formes. Yderligere to baner lægges over “på kryds”. Det er vigtigt, at man omhyggeligt former netbanerne ved hjælp af bidetang og ombukning, så vi ender med en parabolsk form i en cirkelring. Afhængigt af banebredden lægges om nødvendigt flere baner på. Det er vigtigt at parabolnettet har en vis stivhed før belægningen.

g. Belægningen foregår som ved tapetsering - blot med aviser. Ugeavis-formatet er velegnet, og ugeaviser har ofte den umiddelbare fordel ikke at være heftede. Limen smøres på med en bred pensel. Eventuelt kan avisarket limes dobbelt før det limes på parabolnettet. Der er erfaring for, at det kan være en fordel først at tapetsere den konvekse bagside først og lade det tørre. Det øger stivheden før belægningen af den interessante inderside af parabolen.

   Det er vigtigt omhyggeligt at sørge for en glat overflade og undgå folder. Der kan ske ved, at man under pålimningen river folderne op, så krumningen skabes ved at papiret kommer til at overlappe sig selv i passende grad.

h. Det yderste lag indvendigt skal naturligvis være så glat og blankt som muligt. Ujævnheder må eventuelt fyldes ud med papirmasse eller slibes af før belægningen med alufolie. Derefter er man klar til afprøvningen.

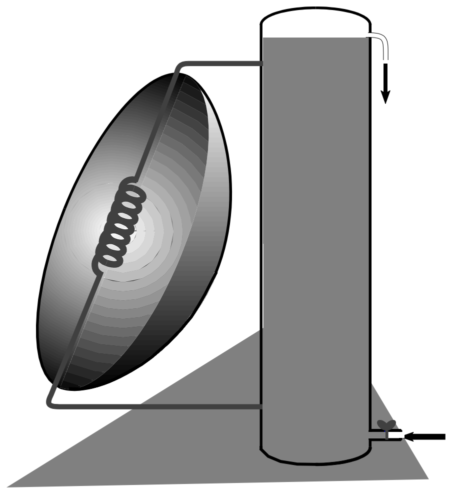
3. Som en mulig belægningsform kan vælges glasfiber i stedet for gamle aviser. Det er noget dyrere, men kyllingenettet kan også i dette tilfælde bruges som skelet - eller avismodellen kan måske ligefrem bruges som støbeform. Pålægningen af glasfiber skal foregå efter de forskrifter, som gælder for den slags med god ventilation, handsker og åndedrætsværn.

   Pudse- og polerearbejde er i dette tilfælde mere omfattende, men også her er alufolien nok den billigste som spejlende flade.

4. Der findes solovne af “tagrendemodellen”, altså parabelbøjede plader, hvorfra strålerne focuseres i en “brændlinie”. Her kan man så anbringe et rør med vand, og ved indpasning i et system med en svag hældning på røret vil vandet ved opvarmning kunne gøres selvcirkulerende. Se også nedenfor.

Forslag til aktiviteter

1. Opvarmning af brugsvand med solovnen.



Figur 9: Opstilling til opvarmning af vand med solovn.

I brændpunktsområdet anbringes en spiral af kobberrør, som foroven tilsluttes øverst i en vandbeholder. Spiralrøret er forneden tilsluttet den nederste del af vandbeholderen, som vist på skitsen.

Når beholder og kobberrør er fyldt med vand, er systemet selvcirkulerende. Studér de fysiske lovmæssigheder, der ligger til grund for dette.

Det varme vand fås ud som overløb, når der tilføres nyt koldt vand gennem hanen forneden.

Beholderen befinder sig et stykke over tilførslen, men under spiralrørets nederste tilslutning, forsynet med en gennemboret adskillelse for at nedsætte den ekstra strømning, der opstår under tilførslen af koldt vand. Spiralen kan på ydersiden eventuelt isoleres mod luftkøling.

Kobberrør og haner, såvel som materiale til beholderen, kan sikkert findes i byggemarkedet. Det skulle også være muligt at finde en egnet lim til at tætne beholder og tilslutninger med.

2. **Kan det lade sig gøre at grille en kylling med solovnen?**
Det anslås, at en effekt på 3 kW skulle være nok.
Hvor stor skal solovnen så være ?

Ved jordoverfladen skal man som før nævnt ikke regne med mere end ca. 900 W pr. kvadratmeter i klart solskin. Beregn det nødvendige åbningsareal og find den dertil hørende radius.

Næste spørgsmål er valg af brændvidden a.

Advarsel. Her må igen advares mod, at man laver brændvidden så stor, at nogen uforvarende kan få hoved og øjne ind i brændpunktsområdet. Etabler eventuelt en sikkerhedsafstand og bær solbriller.

Et andet spørgsmål er naturligvis den spejlende flades effektivitet og evne til at fokusere, dvs. om den er blank nok og uden ujævne buler.

Her ved vi fra målinger af nyttevirkningen, at alufolien har sine begrænsninger, men det skulle være muligt at kompensere for dette ved at øge arealet. Det er hermed overladt til læseren at finde en eksperimentel løsning.

3. Bestemmelse af smeltepunktet for f.eks. stearin.

Det skulle også - i princippet - være muligt at bestemme smeltevarmen, hvis man holder øje med, hvor lang tid det tager at smelte en bestemt masse stearin og iøvrigt ved hvor stor effekten er den dag.

4. Automatisk drejning af solovnen.

Det kunne være en sjov opgave at få solovnen til at følge med Solen mens tiden går. Det kan måske løses ved hjælp af et vækkeur af ældre dato. Søg på loppemarkedet.

Det kunne sikkert også løses med tandhjul, lodder og et pendul.

En elektronisk løsningsmulighed ved hjælp af fotosensorer og Wheatstones bro er foreslået i “Bogen om Solenergi”, side 52, (Clausen Bøger 1978).

Matematisk baggrund for parabolen

Vi vil i dette afsnit se på den matematiske baggrund for parabolens egnethed til at reflektere lyset, så den kan bruges som solovn. Skabelonerne til solovnens parabelprofiler kan udskæres efter at være plottede på én ud af to forskellige måder.

Først et lille detaljeret resumé af de to fremstillingsmetoder:

Metode I

Den ene er, at man i et koordinatsystem plotter en graf med ligningen

$$y^2 = 4 \cdot a \cdot x \text{ eller } y = \pm\sqrt{4 \cdot a \cdot x},\ a > 0 \text{ og } x > 0$$

simpelthen ved først at vælge en række *x*-værdier og udregne de tilsvarende *y*-værdier.

Det er en parabel, der "ligger ned" med åbningen i *x*-aksens retning og top/bundpunkt i (0,0). Man skal plotte både den positive og negative y-værdi for forskellige *x*-værdier.

Parabolen fremkommer ideelt set, når parablen roteres 180 grader med *x*-aksen som omdrejningsakse. I vort tilfælde har vi bygget den op af 8 sektioner.

Værdien *a* vælges konstant for den enkelte parabel, og dens størrelse bestemmer faktisk brændvidden, som er afstanden fra parabolskålens bund op til det punkt F, hvor stråler parallelle med *x*-aksen samles. Det kaldes brændpunktet og har således koordinaten (*a*,0). Man kan netop ved fastsættelse af denne værdi bestemme dimensionerne på sin solovn.

Metode II

Den anden metode er kaldt "det geometriske steds metode". Den bygger på, at parablen er en punktmængde, hvor punkterne opfylder den betingelse at ligge lige langt fra en ret linie og fra et fast punkt uden for linien.

Når man skal tegne den, er det nemmest først at tegne et koordinatsystem. Man vælger så en brændvidde *a* og afsætter et fast punkt F på *x*-aksen med koordinaten (*a*,0). Parallel med *y*-aksen tegnes nu en ret linie *l* gennem (-*a*,0). Den kaldes *ledelinien*.

Parallelt med ledelinien (og *y*-aksen) tegnes i vilkårlige afstande for positive værdier af *x* nogle hjælpelinier. En given hjælpelinies afstand til ledelinien tages som radius i en passer eller en blyant i snor. Husk at afstanden skal måles vinkelret på linierne

Med denne radius og med F som centrum tegnes nu en cirkelbue. Hvor denne cirkelbue skærer den valgte hjælpelinie, findes punkter, der tilhører parablens punktmængde. Husk at der er to på hver linie, hvis det ikke ligefrem er *y*-aksen. Den ligger jo i forvejen midt mellem ledelinien og F.

Ved på denne måde et antal gange at finde skæringspunkter, vil man hurtigt få nok til med fri hånd at kunne tegne parabelprofilen.

Bevisførelse

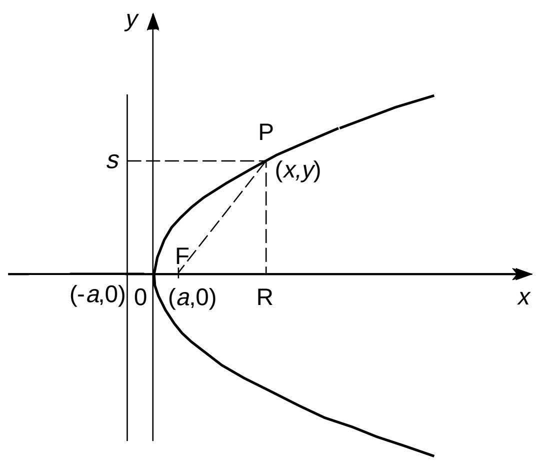
Vi vil nu bevise,

1. At punkter med lige stor afstand til en linie og et fast punkt udgør en parabel.
2. At punkter på en parabel ligger lige langt fra et fast punkt og en linie.

1. Vi vil først se på følgende påstand:

> Vilkårlige punkter, der har lige stor afstand til en linie *l* og et fast punkt F uden for linien, ligger på en parabel.

Vi tegner en figur med et vilkårligt punkt P, der har lige stor afstand til linien *l* og punktet F:



Figur 10: Punktet P ligger lige langt fra F og S. Vi viser, at P ligger på en parabel.

Husk, at afstanden fra et punkt til en linie altid er den korteste strækning, altså vinkelret ind på linien. P er valgt således, at længden af PS er lig længden af PF. Denne længde er $x+a$.

Vi kan nu opstille en ligning ved at bruge den pythagoræiske læresætning på den retvinklede trekant PRF, hvor *PF* er hypotenusen og *FR* og *RP* er kateterne.

$$FR^2 + RP^2 = FP^2$$

Vi indfører de tilsvarende størrelser og variable, som de kan læses på figuren:

$$(x-a)^2+y^2=(x+a)^2$$
$$x^2-2\cdot a\cdot x+a^2+y^2=x^2+2\cdot a\cdot x+a^2$$
$$y^2=4\cdot a\cdot x$$

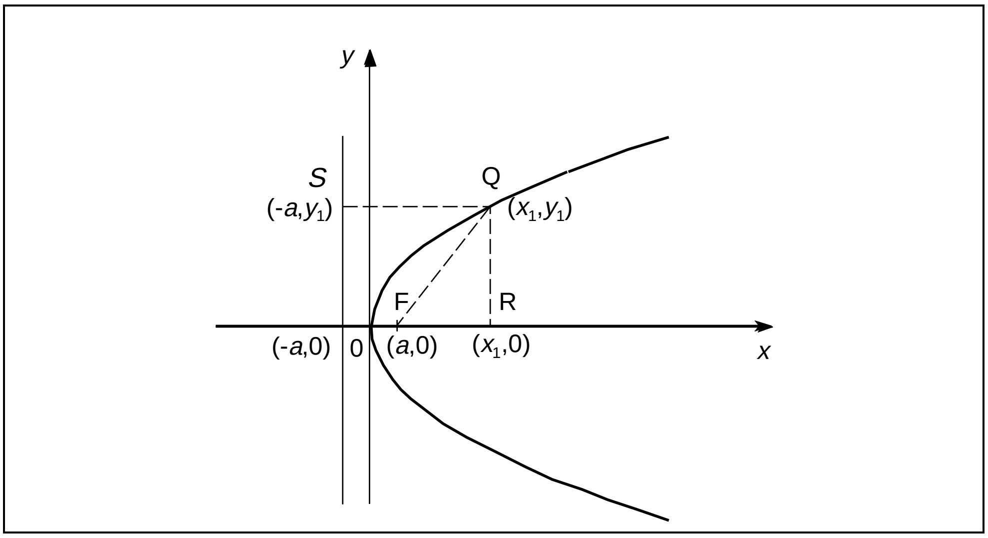
Vi kan nu se, at vi ved reduktion af udtrykket netop får et andengradspolynomium i *x* og *y*. Polynomiets graf er en parabel, og vi fik altså ved at tage udgangspunkt i metode II netop den forskrift, som vi brugte i metode I.

$4\cdot a = p$ kaldes sommetider parablens *parameter*. Brændvidden *a* er altså en fjerdedel af parameteren. Parameteren har også den betydning, at det er afstanden mellem de to *y*-værdier på parablen, der hører til $x = a$. Det er således afstanden (tværmålet) mellem skæringspunkterne, når man lægger et snit gennem brændpunktet parallelt med *y*-aksen.

Vi vil nu se, om vi også kan bevise gyldigheden af metode II ved at tage udgangspunkt i ligningen anvendt i metode I.

2. Vi skal altså omvendt vise, at

> Et punkt Q, hvis talpar (x_1,y_1) tilfredsstiller $y^2 = 4ax$, har samme afstand til F og til ledelinien *l*.



Figur 11: Q ligger på en parabel. Vi vil vise, at Q ligger lige langt fra F og S.

Punktet Q´s afstand til ledelinien *l*, længden af liniestykket QS, er x_1+a. Punktet Q´s afstand til F kan ved hjælp af Pythagoras udtrykkes således:

$$QF = \sqrt{y_1^2 + (x_1 - a)^2}$$

Ved hjælp af ligningen $y^2 = 4 \cdot a \cdot x$ fås for $x = x_1$ følgende udtryk for ordinaten y_1:

$$y_1 = \pm\sqrt{4 \cdot a \cdot x_1}$$

som indsat i udtrykket for QF giver

$$QF = \sqrt{(\pm\sqrt{4 \cdot a \cdot x_1})^2 + (x_1 - a)^2}$$

$$QF = \sqrt{4 \cdot a \cdot x_1 + x_1^2 - 2 \cdot a \cdot x_1 + a^2} = \sqrt{x_1^2 + 2 \cdot a \cdot x_1 + a^2}$$

$$QF = \sqrt{(x_1 + a)^2} = x_1 + a$$

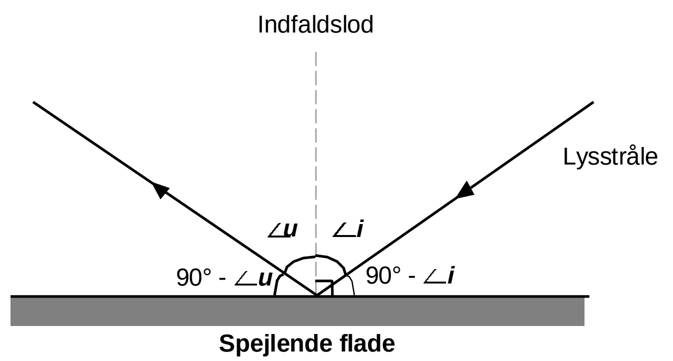
Hermed har vi vist, at $QF = QS$.. Vi har altså vist, at et punkt Q, som har vilkårlige koordinater (x_1,y_1) på parablen $y^2 = 4 \cdot a \cdot x$, ligger lige langt fra punktet F = $(a,0)$ og ledelinien *l*, hvis ligning er $x = -a$.

Matematisk behandling af refleksionen

Ved refleksion i et plant spejl gælder lovmæssigheden

Udfaldsvinkel lig med indfaldsvinkel	$\angle u = \angle i$

Det kan man let overbevise sig om ved at eksperimentere med et spejl og en lysstråle.



Figur 12: Refleksionsloven.

Traditionelt mener man med disse betegnelser vinklerne mellem strålen og den tænkte linie "indfaldsloddet", som står vinkelret på den spejlende flade. Når vinklerne er lige store, er det naturligvis klart, at strålernes vinkler med den spejlende flade også er lige store. Det er komplementærvinklerne

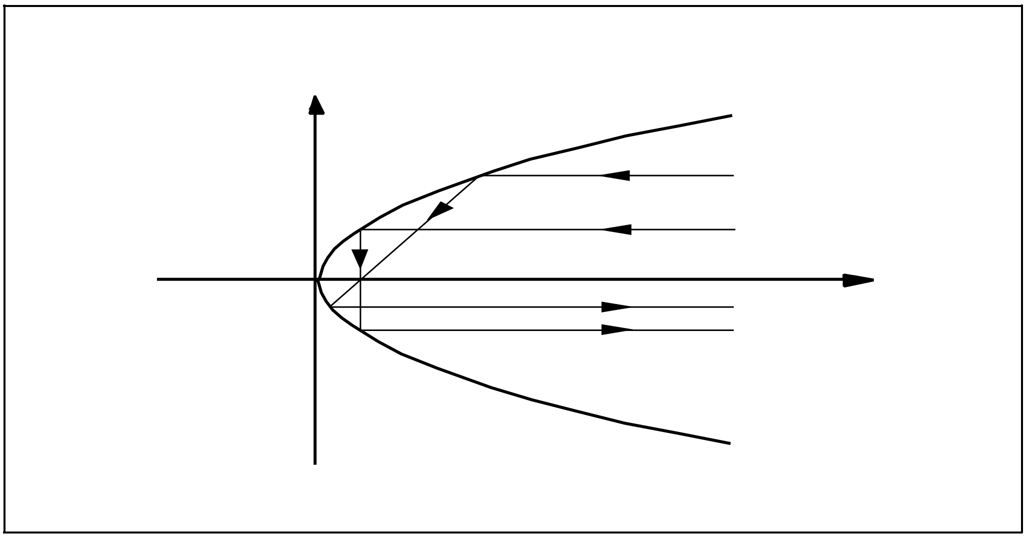
$$90° - \angle u = 90° - \angle i$$

Det vil i praksis sige, at parallelle stråler før refleksionen også er parallelle stråler efter refleksionen i et plant spejl.

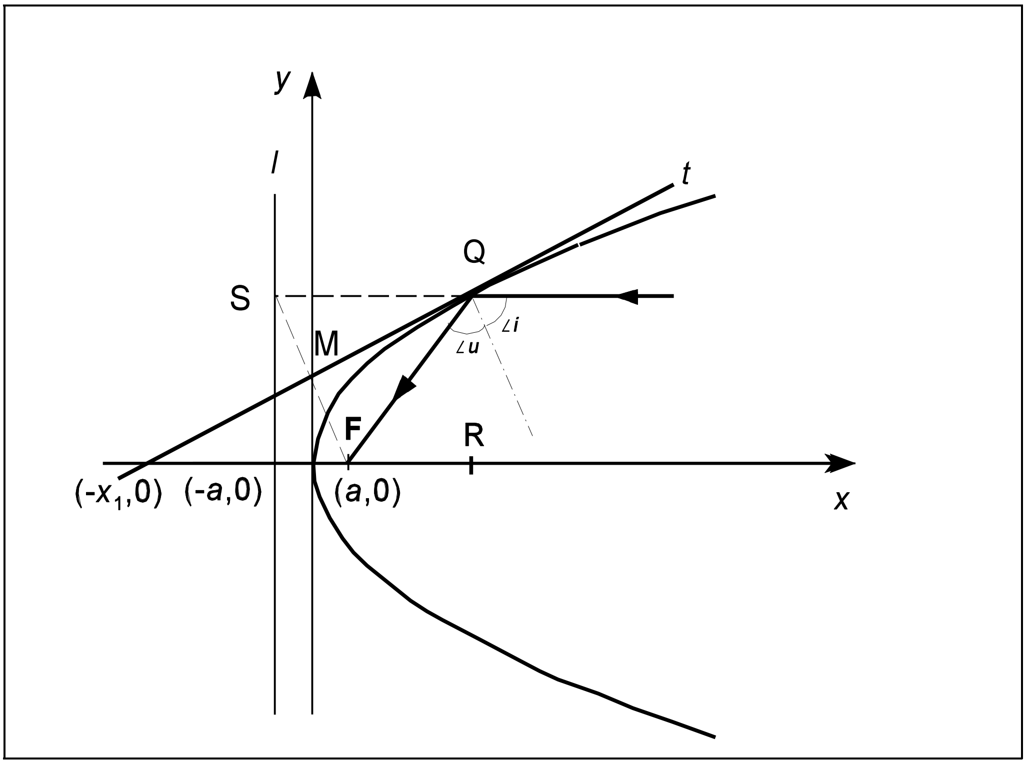
Solovnens spejlende flade derimod er parabolsk, og dette medfører, at indkommende stråler parallelt med aksen reflekteres, så de alle går gennem brændpunktet F. Hvis de ikke stoppes der, bliver de igen reflekteret i parabolen og sendt ud igen parallelt med aksen.

Lyset har en meget lille bølgelængde. For en enkelt stråle kan man derfor vælge at betragte den parabolske flade som et plant spejl med hældning som tangentplanet i refleksionspunktet. Lad os se nærmere på det:

Vi lægger et plant snit langs parabolens akse. Snitkurven bliver en parabel. Vi lægger et koordinatsystem, så y-aksen er tangent til parablens top/bundpunkt i (0,0). x-aksen peger ud ad parablens åbning. En linie l parallel med y-aksen tegnes, så den skærer x-aksen i (-a,0). Den kaldes *ledelinien.*



Figur 13: Stråler, der rammer parabolen parallelt med aksen, vil alle gå igennem brændpunktet.



Figur 14: Refleksion af en stråle parallelt med aksen i et vilkårligt punkt Q på parabolfladen.

En lysstråle kommer ind parallelt med x-aksen og rammer parablen i et vilkårligt punkt $Q = (x_1,y_1)$. Det er nu muligt at vise, at strålen ved at overholde refleksionsloven $\angle i = \angle u$ vil blive sendt mod et bestemt punkt F med koordinaten $(a,0)$ på x-aksen.

Vi tegner tangenten *t* til parablen i Q = (x_1,y_1). Tangenten skærer *y*-aksen i M og *x*-aksen i T.

Det hele står og falder med, om vi kan vise, at ∠FQM = ∠SQM, idet ∠SQM er topvinkel sammen med strålens vinkel med tangenten, altså 90° - ∠*i*.. ∠FQM er jo, som det ses af figuren, lig med 90° - ∠*u*.

Dette er tilfældet, såfremt tangenten i skæringspunktet M med *y*-aksen står vinkelret på midten af FS, og at dette punkt har koordinatsættet $(0,\frac{y_1}{2})$.

I samme tilfælde er tangentens skæringspunkt med *x*-aksen T = $(-x_1,0)$. I så fald er tangenten højde i den ligebenede trekant SQF med SQ = QF og der gælder, at

$$\angle\text{ FQM } = \angle\text{ SQM}$$

For at være sikker på dette er vi nødt til at finde tangentens ligning og bestemme dens skæringspunkter med akserne. Der gør vi med lidt differentialregning. Udledningen kan ses i et efterfølgende afsnit.

Vi vælger at se på funktionen $f(x) = \sqrt{x}$, hvilket svarer til, at vi i vor anvendte ligning $y = \sqrt{4\cdot a\cdot x}$ for nemheds skyld har valgt a = 0,25. Ved hjælp af differentiation finder vi tangentligningen

$$y = \frac{x}{2\sqrt{x_1}} + \frac{y_1}{2},$$

hvor (x_1,y_1) er koordinaten til tangentens røringspunkt.Skæringspunkterne med akserne findes. Det ses netop at

$$x = 0 \Leftrightarrow y = \frac{y_1}{2} \text{ og}$$

$$y = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{x}{2\sqrt{x_1}} + \frac{\sqrt{x_1}}{2}, \text{ idet } y_1 = \sqrt{x_1}$$

Heraf fås

$$x = -\frac{\sqrt{x_1}}{2}\cdot 2\cdot\sqrt{x_1} = -x_1$$

Vi har hermed fundet, at tangenten til parabelgrenen $y = \sqrt{x}$ skærer *x*-aksen i punktet med koordinatsættet $(-x_1,0)$ og *y*-aksen i punktet med koordinatsættet $(0,\frac{y_1}{2})$, når (x_1,y_1) er tangentens røringspunkt.

Dette var netop forudsætningen for, at en indfaldende stråle parallelt med *x*-aksen reflekteres gennem et punkt F = $(a,0)$.

Et taleksempel:

Vi vælger at lade tangenten røre i (x_1,y_1) = (9,3), som tilfredsstiller $y = \sqrt{x}$. Talparret indsættes i tangentligningen

$$y = \frac{x}{2\sqrt{x_1}} + \frac{y_1}{2}$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{9}} + \frac{3}{2} \Leftrightarrow y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$$

Heraf ses umiddelbart, at skæringen med y-aksen sker i $y = 3/2$.

Skæringen med x-aksen bestemmes

$$y = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{6}x = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow x = -9$$

Det ses hermed, at tangenten i (9,3), skærer x-aksen i (- 9,0) og y-aksen i (0, 3/2)

Udledning af tangentligningen

Vi kigger på den differentiable funktion $f(x) = \sqrt{x}$, hvis graf er parabelgren i 1.kvadrant. Tangenthældningen for $x=x_1$ kan udtrykkes

$$f'(x_1) = \frac{f(x) - f(x_1)}{x - x_1}$$

Vi sætter $f(x) = y$. Tangentens ligning kan herefter udtrykkes

$$y = f'(x_1)(x - x_1) + f(x_1)$$

Idet $f'(x_1) = \frac{1}{2\sqrt{x_1}}$, fås

$$y = \frac{1}{2\sqrt{x_1}}(x - x_1) + \sqrt{x_1}$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{x_1}} - \frac{x_1}{2\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_1}$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{x_1}} - \frac{\sqrt{x_1}}{2} + \sqrt{x_1}$$

$$y = \frac{x}{2\sqrt{x_1}} + \frac{\sqrt{x_1}}{2}$$

Da $\sqrt{x_1} = y_1$, får vi

$$y = \frac{1}{2\sqrt{x_1}}x + \frac{y_1}{2}$$

Dette er ligningen for en tangent til parabelgrenen med ligningen $y = \sqrt{x}$, hvor (x_1,y_1) er koordinatsættet for tangentens røringspunkt.

Som man kan se, skærer tangenten y-aksen i $(0,\frac{y_1}{2})$. Som vi har påvist foran, skærer den x-aksen i $(-x_1,0)$.

Litteraturhenvisninger og referencer

Der findes umådelig meget litteratur om solenergi. I forbindelse med udarbejdelsen af dette temahefte er især anvendt

1. "Sonnenenergie", Avi Sochaczevsky, Tree of Knowledge, Yasur, Israel. (Manual til legetøjseksperimentsæt).

2. "Bogen om Solenergi", Esbensen og Lawaetz, Clausen Bøger 1978.

3. "Vedvarende energi", masser af artikler, Organisationen for Vedvarende Energi.

Afsnittet om den matematiske baggrund for parabolen har hentet inspiration fra

4. "Matematik til anvendelse i Fysik og Teknik", Poul Thomsen, Gyldendal 1967.

5. "Differentialregning, Teori og redskab", S.Jensen og K.Sørensen, Chr. Ejler 1982.

Til beregninger og basis for parabelgrafer er anvendt

6. EDB-programmet "GrafMat", Jens Ole Bach, Matematiklærerforeningen.

Som måleudstyr er - udover termometer, ur og universalinstrument - anvendt

7. "Pyranometer" fra "Soldata", F.Bason, Linåbakken 13, 8600 Silkeborg.